

第9章 轴对称、平移与旋转

9.1 轴对称

1. 生活中的轴对称

刷基础

1. D 【解析】A、B、C 选项不是轴对称图形，故不符合题意；D 选项是轴对称图形，故符合题意。故选 D。

2. 3 【解析】①有 4 条对称轴，②有 6 条对称轴，③有 4 条对称轴，④有 2 条对称轴。所以对称轴的条数大于 3 的有 3 个。故答案为 3。

3. D 【解析】∵ 四边形 ABED 关于 AE 所在的直线对称，且点 C 为 AE 上一点，∴ AB=AD，BC=CD，BE=DE，故 A、B、C 选项正确，不符合题意；而 BC 与 AC 不一定相等，故 D 选项不一定正确，符合题意。故选 D。

4. 16 【解析】如图，连结 CC₁，交直线 a 于点 E，设 CC₂ 分别与 A₁B₁，直线 b，A₂B₂ 交于点 G，H，F。∵ 直线 a//b，a 与 b 之间的距离为 8，△ABC 与△A₁B₁C₁ 关于直线 a 成轴对称，△A₁B₁C₁ 与△A₂B₂C₂ 关于直线 b 成轴对称，∴ C₁，C，C₂ 共线，CE=C₁E，GH=FH，C₁H=C₂H，EH=CE+CH=8，∴ CC₂=C₂H+CH=C₁H+CH=C₁E+EH+EH-CE=2EH=16，故答案为 16。

5. 3 【解析】∵ AD 所在直线是三角形 ABC 的对称轴，∴ ∠ADB = ∠ADC = 90°，BD = DC，∴ S_{△EFB} = S_{△EFC}，∴ S_{阴影} = S_{△ABD} = $\frac{1}{2}BD \cdot AD = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ 。

6. 【解】(1) 由题意可得，题图中点 D 的对应点是点 B，AE 的对应边是 AC，故答案为 B，AC。
(2) ∵ ∠EAF = 39°，∴ ∠CAF = ∠EAF = 39°，∴ ∠CAE = ∠CAF + ∠EAF = 78°。∵ ∠DAE = 108°，∴ ∠DAC = ∠DAE - ∠CAE = 30°。

刷易错

7. ①③④⑧⑩ ②⑤⑦⑨ 【解析】属于轴对称

图形的有①③④⑧⑩，成轴对称的图形有②⑤⑦⑨。

2. 轴对称的再认识

刷基础

1. C 【解析】由题图可知，①中 ∠BAD = ∠CAD，故 AD 是△ABC 的角平分线；②中 ∠ADB = ∠ADB'，且 ∠ADB + ∠ADB' = 180°，则易知 AD ⊥ BC，故 AD 是△ABC 的高；③中 BD=CD，故 AD 是△ABC 的中线。故选 C。

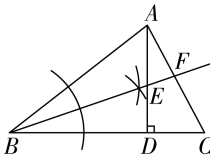
2. 【解】(1) ∵ 点 P 关于 OA，OB 的对称点分别为 C，D，∴ PM = CM，ND = NP，∴ △PMN 的周长为 PN+PM+MN = DN+CM+MN = CD = 18 cm，∴ △PMN 的周长为 18 cm。

(2) 由题可知 ∠MPC = ∠C，∠NPD = ∠D。∵ ∠C + ∠D + ∠CPD = 180°，即 ∠C + ∠D + ∠MPC + ∠MPN + ∠NPD = 180°，∴ ∠MPN = 180° - 2∠C - 2∠D = 180° - 2 × 21° - 2 × 28° = 82°。

关键点拨

3. D 【解析】由作图可知，MN 是 BC 的垂直平分线，∴ BE = CE，DE ⊥ BC，故选项 A、B 正确，不符合题意；由作图可知，AQ 平分 ∠BAC，∴ ∠BAQ = ∠CAQ = $\frac{1}{2} \angle BAC = 40^\circ$ ，故选项 C 正确，不符合题意；∵ ∠CAQ = 40°，∠ACB = 70°，∴ ∠AFC = ∠EFQ = 70°。∴ ∠QEF = 90°，∴ ∠EQF = 20°，故选项 D 错误，符合题意。故选 D。

4. 【解】(1) 如图，射线 BF 即为所求。

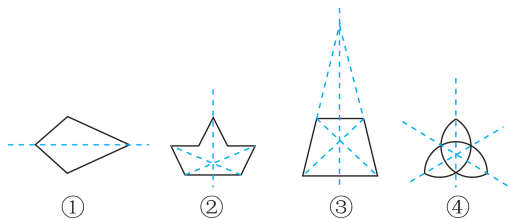


(2) ∵ ∠BAC = 80°，∠C = 62°，∴ ∠ABC = 180° - 80° - 62° = 38°。∵ BF 平分 ∠ABC，∴ ∠ABE = $\frac{1}{2} \angle ABC = 19^\circ$ 。∵ AD ⊥ BC，∴ ∠ADB = 90°，∴ ∠BAD = 180° - 90° - 38° = 52°，∴ ∠AEF = ∠ABE + ∠BAD = 19° + 52° = 71°。

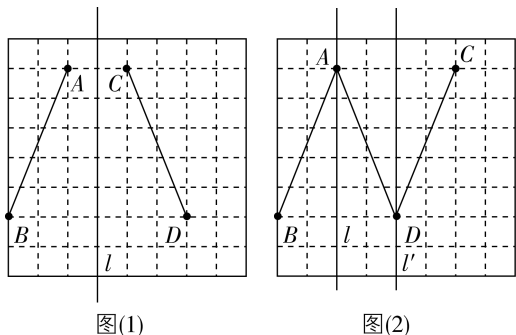
易错警示

轴对称图形是针对一个图形，成轴对称的图形是针对两个图形。

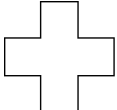
5. **A** 【解析】①②③④均可以用无刻度的直尺画出对称轴,如图所示. 故选 A.



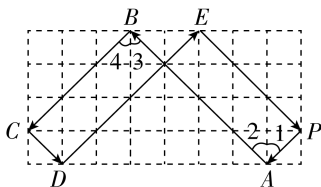
6. 【解】如图(1),对称轴为直线 l . 如图(2),线段 AB 关于直线 l 的对称图形为线段 AD ,线段 AD 关于直线 l' 的对称图形为线段 CD (作法不唯一).



刷提升

1. **C** 【解析】由题意得,展开后得到的图形是 , 故选 C.

2. **D** 【解析】如图所示,小球的运动轨迹为 $P \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow P \rightarrow \dots$. $\because 2\ 020 \div 6 = 336 \dots 4$, \therefore 小球第 2 020 次碰到长方形边上的点为图中的 D 点. 故选 D.



3. **B** 【解析】如图,在 AB 上取点 F' ,使 $AF' = AF$,连结 EF' ,过点 C 作 $CH \perp AB$,垂足为 H . $\because AD$ 平分 $\angle CAB$, \therefore 边 AC 与 AB 所在直线关于直线 AD 对称. 又 $\because AF = AF'$,点 A 在 AD 上, \therefore 点 F, F' 关于直线 AD 对称. $\because E$ 在 AD 上, $\therefore EF$ 与 EF' 关于直线 AD 对称, $\therefore EF = EF'$.

$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} AC \cdot BC$, $\therefore CH = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5}$. $\because EF + CE = EF' + EC$, \therefore 当点 C, E, F' 共线,且点 F' 与 H 重合时, $FE + EC$ 的值最小,最小值为 $\frac{12}{5}$. 故选 B.

4. **17°** 【解析】 \because 点 Q 和点 P 关于 OA 对称,点 R 和点 P 关于 OB 对称, $\therefore \angle PMO = \angle QMO$, $\angle PNO = \angle RNO$. $\because \angle PMO = 33^\circ$, $\angle PNO = 70^\circ$, $\therefore \angle QMO = 33^\circ$, $\angle RNO = 70^\circ$, $\therefore \angle PMQ = 66^\circ$, $\angle PNR = 140^\circ$, $\therefore \angle PNQ = 40^\circ$. 易知 $\angle MQP = 57^\circ$, $\therefore \angle PQN = 123^\circ$, $\therefore \angle QPN = 180^\circ - 40^\circ - 123^\circ = 17^\circ$.

刷素养

5. 【解】【感知】 \because 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 40^\circ$, $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle C - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$. 故答案为 50.

【操作】 \because 在四边形 $BCDE$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $\therefore \angle BED + \angle CDE = 360^\circ - \angle C - \angle B = 360^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 220^\circ$. 故答案为 220.

【探究】(1) $\because \angle BED + \angle CDE = 220^\circ$, $\therefore \angle 1 + \angle EDF + \angle BED = 220^\circ$. ① 由折叠,得 $\angle A' = \angle A = 40^\circ$, \therefore 在 $\triangle A'ED$ 中, $\angle 2 + \angle BED + \angle EDF = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. ②

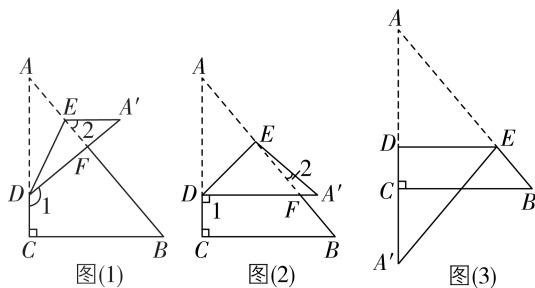
①-②得 $\angle 1 - \angle 2 = 220^\circ - 140^\circ = 80^\circ$.

(2) 如图(1)所示,当 $EA' \parallel BC$ 时, $\angle 2 = \angle B = 50^\circ$. $\because \angle 1 - \angle 2 = 80^\circ$, $\therefore \angle 1 = 80^\circ + \angle 2 = 80^\circ + 50^\circ = 130^\circ$. 由折叠可得 $\angle ADE = \angle A'DE = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ$;

如图(2),当 $DA' \parallel BC$ 时, $\angle 1 = 180^\circ - \angle C = 90^\circ$, 则 $\angle ADE = \angle A'DE = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$;

如图(3),当 $DE \parallel BC$ 时,不符合题意.

综上所述, $\angle ADE$ 的度数为 45° 或 25° .



注意 【探究】(2)分 $EA' \parallel BC$, $DA' \parallel BC$, $DE \parallel BC$ 三种情况讨论.

关键点拨

在 AB 上取点 F' ,使 $AF' = AF$,连结 EF' ,过点 C 作 $CH \perp AB$,垂足为 H ,由对称的性质将求 $CE + EF$ 的最小值转化为求 $CE + EF'$ 的最小值是本题解题关键.

3. 作轴对称图形

刷基础

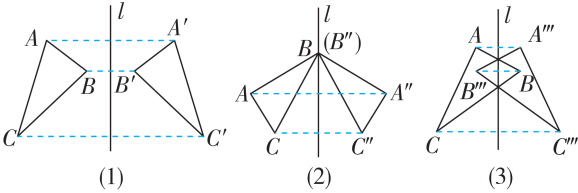
1. 思路分析 | 画已知图形的轴对称图形的步骤

找：找关键点(关键点指的是线段的端点、角的顶点、图形中边与边的交点等)

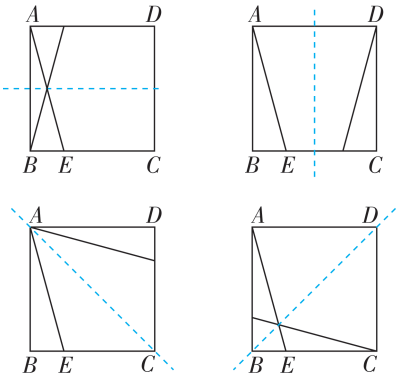
作：作出每一个关键点关于对称轴的对称点

连：按原图形顺次连结对称点

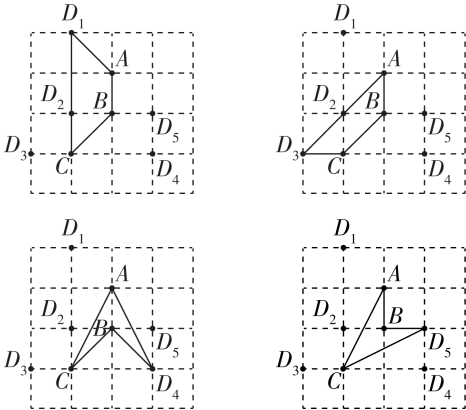
【解】如图所示.



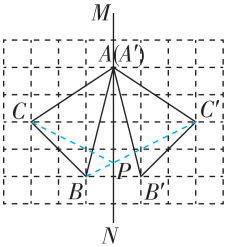
2. 【解】如图.



3. B 【解析】如图所示,共有 4 种情况,故选 B.



4. 【解】(1) 如图(1), $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



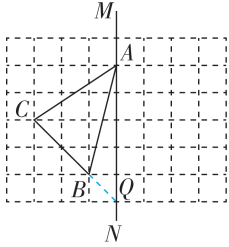
图(1)

(2) 如图(1), 连结 BC' 交 MN 于点 P , 点 P 即

为所求.

理由: 如图(1), 连结 CP . $\because C, C'$ 关于 MN 对称, 点 P 在对称轴 MN 上, $\therefore \angle APC = \angle APC'$. $\therefore \angle NPB = \angle APC'$, $\therefore \angle MPC = \angle NPB$.

(3) 如图(2), 延长 CB 交 MN 于点 Q , 点 Q 即为所求.

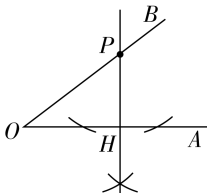


图(2)

理由: \because 当 C, B, Q 不共线时, 由三角形三边关系可得 $|QC - QB| < BC$, 当 C, B, Q 共线时, $|QC - QB| = BC$, \therefore 当 C, B, Q 共线时, $|QC - QB|$ 的值最大.

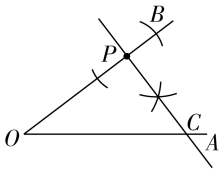
5. B 【解析】根据作图, 得 $CF \perp AB$ 于点 F , $\therefore \angle CFB = 90^\circ$, $\therefore \angle BCF = 90^\circ - \angle B = 34^\circ$. 故选 B.

6. 【解】(1) 如图(1), 直线 PH 即为所求.



图(1)

(2) 如图(2), 直线 PC 即为所求.

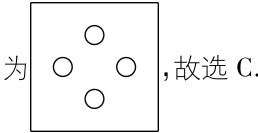


图(2)

4. 设计轴对称图案



刷基础

1. C 【解析】由折叠方式可知, 展开后的图形应

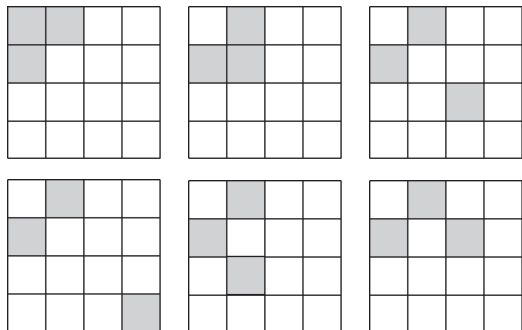


为 1, 2, 3, 4, 故选 C.

2. 王 【解析】由题图可知这 5 个图案是字母

C、D、E、F、G 各自组成的轴对称图形,并且左右对称,∴ 第 3 个图案为 . 故答案为 .

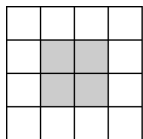
3. **D** 【解析】如图,不同的涂色方案共有 6 种. 故选 D.



4. 【解】(1) 观察发现三个图案都是轴对称图形,且面积相等.

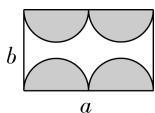
故答案为是轴对称图形,面积为 4. (答案不唯一)

(2) 如图 (答案不唯一).



5. 【解】(1) 由题意得空地的面积为 $ab - 3 \times \pi \times \left(\frac{a}{6}\right)^2 = ab - \frac{1}{12}a^2\pi$.

(2) 如图. (答案不唯一)



9.2 平移

1. 图形的平移

刷基础

1. **C** 【解析】观察可知,选项 C 可以由题图中的图案平移得到,选项 A、B、D 均不可以,故选 C.

2. **D** 【解析】选项 A 中的图案,可以通过沿水平方向平移其中一个三角形得到,不符合题意;选项 B 中的图案,可以通过沿水平方向平移其中一个三角形得到,不符合题意;选项 C 中的图案,可以通过沿水平方向及竖直方向平移其中一个三角形得到,不符合题意;选项

D 中的图案,不能仅通过平移其中一个三角形得到,符合题意. 故选 D.

3. (1) $\angle ECF$ 点 E CF (2) 左 3

【解析】(1) 将 $\triangle ABC$ 平移得到 $\triangle CEF$, $\angle A$ 的对应角为 $\angle ECF$, 点 B 的对应点为点 E, 线段 AC 的对应线段为线段 CF. 故答案为 $\angle ECF$, 点 E, CF.

(2) 若 $EF = 3$ cm, 则 $\triangle BDE$ 是由 $\triangle CEF$ 向左平移 3 cm 得到的. 故答案为左, 3.

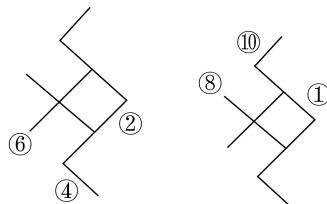
4. **D** 【解析】①火车从姜堰区运动到上海不是平移,不符合题意;②打气筒打气时,活塞的运动是平移,符合题意;③钟摆的摆动不是平移,不符合题意;④传送带上,瓶装饮料的移动是平移,符合题意,∴ 属于平移的是②④. 故选 D.

5. 5 4 【解析】图形②可看作由图形①先向左平移 5 个单位,再向上平移 4 个单位得到,故答案为 5, 4.

6. ① 【解析】根据题图可知,只有①只需要通过平移就能得到,故答案为①.

刷易错

7. **B** 【解析】如图,可以平移②④⑥(②⑥位置可互换)或①⑧⑩(①⑧位置可互换). 故选 B.



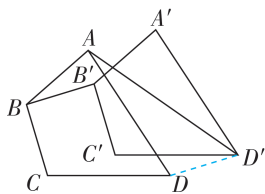
2. 平移的特征

刷基础

1. **D** 【解析】∵ $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移到 $\triangle DEF$ 的位置, $BC = 5$, $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $CF = 4$, ∴ $EF = BC = 5$, $CF = BE = 4$, $\angle F = \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 80^\circ - 70^\circ = 30^\circ$, $AB \parallel DE$, 无法得到 $DF = 5$, ∴ 选项 A, B, C 正确, 选项 D 错误. 故选 D.

2. **C** 【解析】如图, 连结 DD' . ∵ 四边形 $A'B'C'D'$ 是由四边形 $ABCD$ 平移得到的, $BB' = 3$, $A'D' = 8$, ∴ $AD = A'D' = 8$, $BB' = DD' =$

3, $\therefore 8-3 < AD' < 8+3$, 即 $5 < AD' < 11$. 故选 C.



3. B 【解析】 \because 四边形 $ABCD$ 是长方形, $\therefore AD = BC = 22$ 米. 由平移的特征可知, 从入口 A 到出口 B 所走的路线 (题图中虚线) 的长为 $AB + AD - 1 + BC - 1 = 40 + 22 + 22 - 2 = 82$ (米), 故选 B.

4. 【解】 (1) 由平移的特征可得 $\angle A'B'C' = \angle ABC = 90^\circ$, $\angle B'A'C' = \angle BAC = 53^\circ$, $AA' \parallel BC'$, $A'B' \parallel AB$, $\therefore \angle B'DC = \angle BAC = 53^\circ$, $\angle AA'B' = \angle A'B'C' = 90^\circ$, $\therefore \angle AA'C' = \angle AA'B' + \angle B'A'C' = 90^\circ + 53^\circ = 143^\circ$.

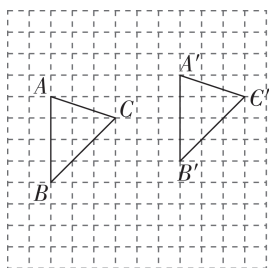
(2) 由平移的特征可得 $B'C' = BC = 8$. $\therefore CC' = 3$, $\therefore B'C = B'C' - CC' = 8 - 3 = 5$.

又 $\because DB' = 4$, $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle DB'C} = \frac{1}{2} DB' \times B'C = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$.

(3) PP' 的长度为 6. 由平移的特征可得 $A'C' = AC$, $AA' = CC' = PP'$. $\therefore \triangle ABC$ 的周长为 m , $\therefore AB + BC + AC = m$. 又 \because 四边形 $ABC'A'$ 的周长为 $m + 12$, $\therefore AB + BC' + A'C' + AA' = m + 12$, 即 $AB + BC + CC' + AC + AA' = m + 12$, $\therefore m + CC' + AA' = m + 12$, $\therefore CC' + AA' = 12$, $\therefore 2PP' = 12$, $\therefore PP' = 6$, 即 PP' 的长度为 6.

5. 【解】 (1) $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$.

(2) 如图所示, $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



归纳总结

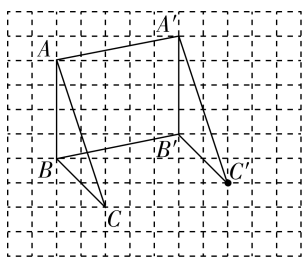
平移的特征:

① 平移不改变图形的形状和大小; ② 平移后对应点所连的线段平行 (或在同一直线上) 且相等, 对应线段平行 (或在同一直线上) 且相等, 对应角相等.

关键点拨

设 1 号正方形的边长为 x , 2 号正方形的边长为 y , 再分别表示出 3 号正方形的边长、4 号正方形的边长和 5 号长方形的宽, 根据题图 (1) 求出 $x + y$ 的值是解题的关键.

6. 【解】 (1) 如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求.

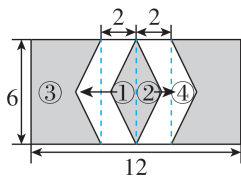


(2) 如图, 由平移的特征得, $AA' \parallel BB'$, $AA' = BB'$, $\therefore AA', BB'$ 这两条线段的关系是平行且相等. 故答案为平行且相等.

(3) 线段 AB 在平移过程中扫过区域的面积为 $S_{\text{四边形}AA'B'B} = 4 \times 5 = 20$.

刷提升

1. D 【解析】如图, 通过分割和平移的特征可将阴影部分转化为长 $(12 - 2 - 2)$ m、宽 6 m 的

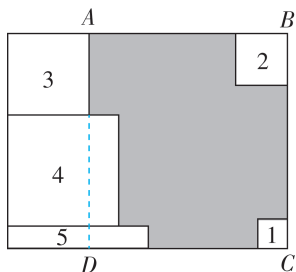


长方形, 所以阴影部分的面积为 $8 \times 6 = 48$ (m^2), 所以种植鲜花的面积为 48 m^2 . 故选 D.

2. 505 【解析】 $\because AB = 5$, 第 1 次平移将长方形 $ABCD$ 沿 AB 的方向向右平移 4 个单位长度, 得到长方形 $A_1B_1C_1D_1$, $\therefore BB_1 = 4$, $\therefore AB_1 = AB + BB_1 = 5 + 4$; \therefore 第 2 次平移将长方形 $A_1B_1C_1D_1$ 沿 A_1B_1 的方向向右平移 4 个单位长度, 得到长方形 $A_2B_2C_2D_2$, $\therefore B_1B_2 = 4$, $\therefore AB_2 = AB + BB_1 + B_1B_2 = 5 + 4 + 4 = 5 + 2 \times 4$; \therefore 以此类推, 第 n 次平移后, $AB_n = AB + n \times 4 = 5 + 4n$. $\therefore AB_n$ 的长度为 2 025, $\therefore 5 + 4n = 2 025$, 解得 $n = 505$, 故答案为 505.

3. D 【解析】设 1 号正方形的边长为 x , 2 号正方形的边长为 y , 则 3 号正方形的边长为 $x + y$, 4 号正方形的边长为 $2x + y$, 5 号长方形的宽为 $y - x$. 由题图 (1) 中大长方形的周长为 32, 可得 $y + 2(x + y) + (2x + y) = 16$, 整理得 $x + y = 4$. 如图, \therefore 图中大长方形的周长为 48, $\therefore AB + 2(x + y) + 2x + y + y - x = 24$, $\therefore AB = 24 - 3x - 4y$. 根据平移的特征可知阴影部分的周长为四边形 $ABCD$ 的周长, 即 $2(AB + AD) = 2(24 - 3x - 4y + x + y + 2x + y + y - x) = 2(24 - x - y) = 48 - 2(x + y) =$

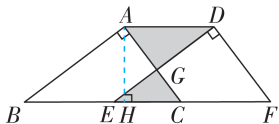
48-8=40. 故选 D.



4. (1) 12 (2) 4.5 【解析】(1) $\because \triangle ABC$ 沿 BC

方向平移 a cm ($a < 5$) 得到 $\triangle DEF$, $\therefore AD = BE = a$ cm, $DE = AB = 4$ cm. $\because CE = BC - BE = (5-a)$ cm, \therefore 阴影部分的周长为 $AD + CE + AC + DE = a + 5 - a + 3 + 4 = 12$ (cm), 故答案为 12.

(2) 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于 H , 如图.



$\because \angle BAC = 90^\circ$, $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC$, $\therefore AH = \frac{12}{5}$ cm. $\therefore S_{\text{四边形}ABED} = S_{\text{四边形}ABEG} + S_{\triangle ADG}$, $\therefore S_{\text{四边形}ABEG} = S_{\text{四边形}ABED} - S_{\triangle ADG} = \frac{12}{5}a - S_{\triangle ADG}$.

$\because S_{\triangle ABC} = S_{\text{四边形}ABEG} + S_{\triangle CEG}$, $\therefore S_{\text{四边形}ABEG} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CEG} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - S_{\triangle CEG} = 6 - S_{\triangle CEG}$, $\therefore \frac{12}{5}a - S_{\triangle ADG} = 6 - S_{\triangle CEG}$, 即 $S_{\triangle ADG} - S_{\triangle CEG} = \frac{12}{5}a - 6$.

$\because \triangle ADG$ 的面积比 $\triangle EGC$ 的面积大 4.8 cm^2 , $\therefore \frac{12}{5}a - 6 = 4.8$, 解得 $a = 4.5$. 故答案为 4.5.

刷素养

5. 【解】(1) $\because \angle ACB + \angle ABC + \angle BAC = 180^\circ$,

$\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 45^\circ$, $\therefore \angle ABC = 45^\circ$.

$\because MN \parallel GH$, $\therefore \angle BCN = \angle ABC = 45^\circ$, 故答案为 45.

(2) 如图(1)所示, 由(1)知 $\angle DCE = 45^\circ$. \because 在 $\triangle DEF$ 中, $\angle EDF = 90^\circ$, $\angle DFE = 30^\circ$,

$\therefore \angle DEF = 180^\circ - \angle EDF - \angle DFE = 60^\circ$.

$\therefore \angle CED + \angle DEF = 180^\circ$, $\therefore \angle CED = 120^\circ$.

$\therefore \angle DCE + \angle CDE + \angle CED = 180^\circ$, $\therefore \angle CDE =$

思路分析

(2) 由平移可知, $BE = a$ cm,

根据 $S_{\text{四边形}ABEG} = S_{\text{四边形}ABED} - S_{\triangle ADG} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CEG}$, 得到

$S_{\triangle ADG} - S_{\triangle CEG} = \frac{12}{5}a - 6$, 根据

题意列出方程, 即可求出 a 的值.

题意列出方程, 即可求出 a 的值.

题意列出方程, 即可求出 a 的值.

题意列出方程, 即可求出 a 的值.

易错警示

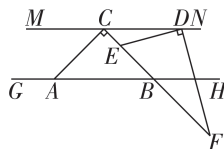
(3) 当以 C , D , F 为顶点的三角形中有

两个角相等时, 注意分情况讨论, 不要漏解.

两个角相等时, 注意分情况讨论, 不要漏解.

两个角相等时, 注意分情况讨论, 不要漏解.

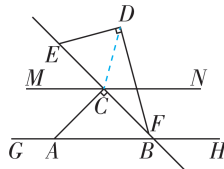
$180^\circ - \angle DCE - \angle CED = 15^\circ$.



图(1)

(3) $\angle CDE = 60^\circ$ 或 105° 或 15° 或 30° . ①如图

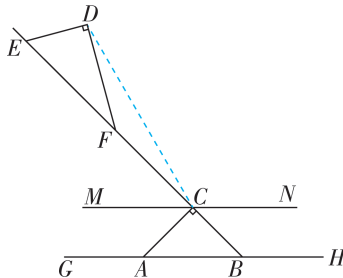
(2) 所示, 此时 $\angle DFE = \angle CDF = 30^\circ$.



图(2)

$\therefore \angle EDF = \angle CDE + \angle CDF = 90^\circ$, $\therefore \angle CDE = 90^\circ - \angle CDF = 60^\circ$.

②如图(3)所示, 此时 $\angle FDC = \angle DCF$.



图(3)

又 $\because \angle DFE = \angle FDC + \angle DCF = 30^\circ$,

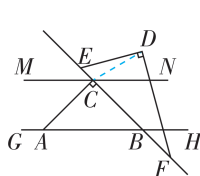
$\therefore \angle FDC = \angle DCF = 15^\circ$. $\therefore \angle EDF = 90^\circ$,

$\therefore \angle CDE = \angle EDF + \angle FDC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$.

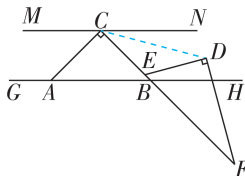
③如图(4)所示, 此时 $\angle FDC = \angle DCF$.

$\because \angle DFE = 30^\circ$, $\angle FDC + \angle DCF + \angle DFE = 180^\circ$, $\therefore \angle FDC = \angle DCF = 75^\circ$.

$\therefore \angle EDF = 90^\circ$, $\therefore \angle CDE = \angle EDF - \angle FDC = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$.



图(4)



图(5)

④如图(5)所示, 此时 $\angle DFE = \angle DCF = 30^\circ$.

$\therefore \angle EDF = 90^\circ$, $\therefore \angle CED = \angle EDF + \angle DFE = 120^\circ$, $\therefore \angle CDE = 180^\circ - \angle CED - \angle DCF = 30^\circ$.

综上所述, 将 $\triangle DEF$ 沿直线 BC 平移, 当以 C , D , F 为顶点的三角形中有两个角相等时, $\angle CDE$ 的度数为 60° 或 105° 或 15° 或 30° .

9.3 旋转

1. 图形的旋转

刷基础

1. C 【解析】选项 A,B,D 都可以由其中一个基本图形通过旋转而形成,选项 C 不能由其中一个基本图形通过旋转而形成. 故选 C.

2. A 【解析】旋转中心是点 O, 旋转角是 $\angle COF, \angle BOE, \angle AOD$, 故选 A.

3. 【解】(1) 点 D 是旋转中心.

(2) $\triangle DGA$ 是由 $\triangle DEC$ 旋转 90° 得到的.

(3) 对应点: 点 D 与点 D, 点 G 与点 E, 点 A 与点 C; 对应线段: DG 与 DE, DA 与 DC, AG 与 CE ; 对应角: $\angle CDE$ 与 $\angle ADG, \angle CED$ 与 $\angle AGD, \angle C$ 与 $\angle DAG$.

(4) $\because \triangle DGA$ 是由 $\triangle DEC$ 绕点 D 旋转得到的, 且旋转角度为 $90^\circ, \therefore \angle GDE = 90^\circ$.

又 $\because \angle FDE = 45^\circ, \therefore \angle GDF = 45^\circ$.

4. A 【解析】

选项	运动	运动类型
A	荡秋千	旋转
B	火车在平直轨道上飞驰	平移
C	传送带移动	平移
D	电梯的运行	平移

故选 A.

5. D 【解析】A,B,C 选项中的图形②都只能由图形①旋转得到, 不能由平移得到, 只有 D 选项符合题意. 故选 D.

6. A 【解析】由题意, 得旋转角为 90° , 则每 4 次旋转一周. $\because 2\ 025 \div 4 = 506 \cdots 1, \therefore$ 第 2 025 次闪烁呈现出来的图形与第 1 次相同. 故选 A.

刷易错

7. 【解】这个图形的旋转中心为圆的圆心(旋转中心的位置是固定的, 但对于它的描述方法不唯一). 它绕旋转中心旋转 $60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$ 都能与原来的图形重合.

2. 旋转的特征

刷基础

1. A 【解析】由旋转的特征, 可得 $AB = AD, AC =$

关键点拨
掌握旋转的定义是解题关键.

关键点拨
解决问题的关键是掌握旋转中心在对应点连线的垂直平分线上.

易错警示
解答本题时, 往往只考虑第一次与本身重合时旋转的角度而不考虑其他的角度, 从而导致错误. 比如本题易认为只有旋转 60° 才能与原来的图形重合, 没有考虑到其他情况而导致错误.

$AE, BC = DE$, 无法证明 $AB = AE, CE = BD$, 故 B、D 选项不符合题意; 根据旋转的特征, 得 $\angle ACB = \angle AED$, 又 $\because \angle ACB = \angle CAE + \angle CEA, \angle AED = \angle CEA + \angle BED, \therefore \angle CAE = \angle BED$, 故 A 选项符合题意; 由旋转的特征, 得 $\angle ABC = \angle ADE$, 又 $\because \angle ACE = \angle ABC + \angle BAC, \therefore \angle ACE = \angle ADE + \angle BAC$, 故 C 选项不符合题意. 故选 A.

2. A 【解析】如图所示. $\because \triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 40° 得到 $\triangle A'B'C$, $\therefore \angle ACA' = 40^\circ, \angle BAC = \angle A'. \because AC \perp A'B', \therefore \angle CDA' = 90^\circ, \therefore \angle A' = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ, \therefore \angle BAC = \angle A' = 50^\circ$. 故选 A.

3. 74 【解析】如图, \because 将一个含有 30° 角的直角三角板绕着直角顶点逆时针旋转 $44^\circ, \therefore \angle ACB = 44^\circ. \because \angle A = 30^\circ, \therefore \angle \alpha = \angle A + \angle ACB = 30^\circ + 44^\circ = 74^\circ$, 故答案为 74.

4. 【解】 $\because \triangle DCF$ 经逆时针旋转 90° 后与 $\triangle BCE$ 重合, $CF = 2, \therefore CE = CF = 2, \angle ECF = 90^\circ, \therefore S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2} CE \cdot CF = 2$.

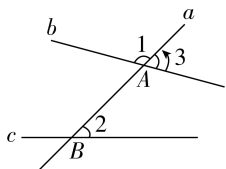
5. A 【解析】如图, 连结 EE', FF' , 分别作 EE', FF' 的垂直平分线, 交于点 A, 则点 A 即为旋转中心. 故答案为 A.

6. 【解】(1) 如图, $\triangle AB'C'$ 即为所求.

(2) 如上图, 四边形 $AB'C'C$ 的面积 $= 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times$
 $1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 6$.

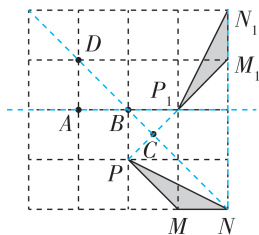
刷易错

7. 15 【解析】如图, $\because \angle 1 = 120^\circ, \therefore \angle 3 = 60^\circ$.
 $\because \angle 2 = 45^\circ, \therefore$ 当 $\angle 3 = \angle 2 = 45^\circ$ 时, $b \parallel c, \therefore$ 直
 线 b 绕点 A 逆时针至少旋转 $60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$,
 即这个旋转角度至少是 15° . 故答案为 15.



刷提升

1. B 【解析】如图, 连结 PP_1, NN_1 , 分别作出
 PP_1, NN_1 的垂直平分线, PP_1, NN_1 的垂直平
 分线的交点为 B, \therefore 旋转中心是点 B , 故选 B.



2. A 【解析】A 选项, 由旋转的特征可得,
 $\angle DA'C = \angle B'A'C', A'B' = A'C, \therefore \angle A'B'C =$
 $\angle A'CB'. \because \angle A'B'C$ 与 $\angle B'A'C'$ 不一定相等,
 $\therefore \angle DA'C$ 与 $\angle A'CB'$ 不一定相等, $\therefore A'D$ 与
 BC 不一定平行, 故此选项不一定正确, 符合
 题意. B 选项, 由平移的特征可得, $BC = B'C',$
 $\therefore BB' = CC',$ 故此选项正确, 不合题意. C 选
 项, 由旋转的特征可得, $\angle B'A'C' = \angle CA'D,$ 故
 此选项正确, 不合题意. D 选项, 由旋转的特
 征可得, $\angle A'CD = \angle A'B'C', A'B' = A'C,$
 $\therefore \angle A'B'C' = \angle A'CB', \therefore \angle A'CD = \angle A'CB',$
 $\therefore CA'$ 平分 $\angle BCD,$ 故此选项正确, 不合题意.
 故选 A.

3. 16 200 【解析】 \because Rt $\triangle ABC$ 中, $AC = 6, BC =$
 $8, AB = 10, \therefore$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到
 位置①得到点 P_1 , 此时 $AP_1 = 10$; 将位置①的
 三角形绕点 P_1 顺时针旋转到位置②得到点

关键点拨

把四边
 $AB'C'C$ 的
 面积看成
 长方形面
 积减去周
 围三个三
 角形面积
 即可.

易错警示

注意旋转
 角度为直
 线 a, b 夹
 角的变化
 值, 不要
 弄错.

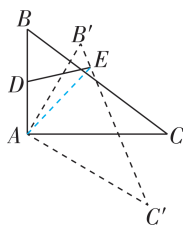
思路分析

连结 AE , 根据
 $DE \geq AE - AD,$
 可知当点
 D 在 AE 上,
 且 AE 最
 小时, DE
 最小. 由垂
 线段最短
 可得当
 $AE \perp B'C'$
 时, AE 最
 小, 再利用
 等面积法
 求出 AE
 的长即可
 得到答案.

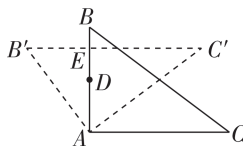
P_2 , 此时 $AP_2 = 10 + 8 = 18$; 将位置②的三角
 形绕点 P_2 顺时针旋转到位置③得到点 P_3 , 此
 时 $AP_3 = 10 + 8 + 6 = 24; \dots$ 由题意可知每
 旋转 3 次为一个循环组. 又 $\because 2\ 025 \div 3 =$
 $675, \therefore AP_{2\ 025} = 675 \times 24 = 16\ 200$. 故答
 案为 16 200.

4. $\frac{9}{10}$ 【解析】 \because Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB =$
 $3, AC = 4, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB = 6$. 由旋
 转的特
 征可得 $B'C' = BC = 5, S_{\triangle AB'C'} = S_{\triangle ABC} = 6$. 如
 图 (1) 所示, 连结 $AE. \because DE \geq AE - AD, \therefore$ 当
 点 D 在 AE 上时, DE 有最小值, 最小值为 $AE -$
 AD, \therefore 当 AE 最小时, DE 最小, 此时 $AE \perp B'C',$ 如
 图 (2), $\therefore S_{\triangle AB'C'} = \frac{1}{2} AE \cdot B'C' = 6, \therefore AE = \frac{12}{5}$.

$\because D$ 是 AB 的中点, $\therefore AD = \frac{1}{2} AB = \frac{3}{2}, \therefore DE =$
 $AE - AD = \frac{9}{10}, \therefore DE$ 的最小值为 $\frac{9}{10}$. 故答
 案为 $\frac{9}{10}$.



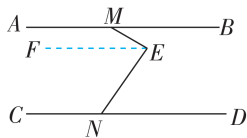
图(1)



图(2)

刷素养

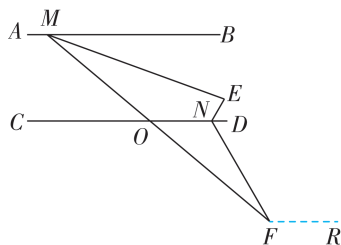
5. 【解】 (1) 如图 (1), 过点 E 作 $EF \parallel AB,$
 $\therefore \angle MEF = \angle BME = 30^\circ. \because AB \parallel CD, \therefore EF \parallel$
 $CD, \therefore \angle NEF = \angle DNE = 55^\circ, \therefore \angle MEN =$
 $\angle MEF + \angle NEF = 85^\circ,$ 故答案为 85.



图(1)

(2) $\because ME, ND$ 分别是 $\angle BMF, \angle ENF$ 的平分
 线, $\therefore \angle BME = \frac{1}{2} \angle BMF = 20^\circ, \angle DNF =$

$\angle DNE = \frac{1}{2} \angle ENF$. 同理(1)可得, $\angle MEN = \angle BME + \angle DNE = 80^\circ$, $\therefore \angle DNE = 60^\circ$, $\therefore \angle DNF = 60^\circ$. 如图(2), 过点 F 作 $FR \parallel AB$, $\therefore \angle MFR = 180^\circ - \angle BMF = 140^\circ$. $\because AB \parallel CD$, $\therefore FR \parallel CD$, $\therefore \angle NFR = 180^\circ - \angle DNF = 120^\circ$, $\therefore \angle MFN = \angle MFR - \angle NFR = 20^\circ$, $\therefore \angle MFN$ 的度数为 20° .

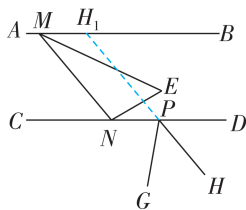


图(2)

(3) $\because ME$ 平分 $\angle BMN$, $\angle BMN = 50^\circ$, $\therefore \angle BME = \angle NME = \frac{1}{2} \angle BMN = 25^\circ$. $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle MND = 180^\circ - \angle BMN = 130^\circ$, $\therefore \angle DNE = \angle MND - \angle MNE = 30^\circ$.

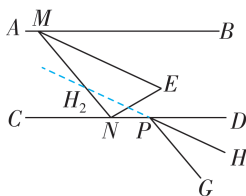
分三种情况讨论:

①当 $PH \parallel MN$ 时, 易知 PH 不可能在 CD 上方, 反向延长 PH 交 AB 于 H_1 , 如图(3), 则 $\angle DPH = \angle NPH_1 = 180^\circ - \angle MND = 50^\circ$, $\therefore \angle DPG = 2 \angle DPH = 100^\circ > 90^\circ$, 故此种情况不成立.



图(3)

②当 $PH \parallel ME$ 时, 易知 PH 在 CD 下方, 反向延长 PH 交 MN 于 H_2 , 如图(4), 则 $\angle PH_2N = \angle NME = 25^\circ$, $\therefore \angle NPH_2 = \angle DPH = 180^\circ - 130^\circ - 25^\circ = 25^\circ$, $\therefore \angle DPG = 50^\circ$, \therefore 射线 PG 旋转了 $90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$, $\therefore t = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$.

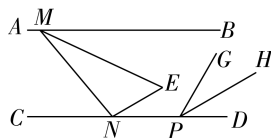


图(4)

关键点拨
(3) 分 $PH \parallel MN$, $PH \parallel ME$, $PH \parallel NE$ 三种情况讨论.

关键点拨
阴影部分的面积之和等于三个叶片的面积之和的三分之一.

③当 $PH \parallel NE$ 时, 易知 PH 在 CD 上方, 如图(5), 则 $\angle DNE = \angle DPH = 30^\circ$, $\therefore \angle DPG = 60^\circ$, \therefore 射线 PG 旋转了 $90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$, $\therefore t = \frac{150}{6} = 25$.



图(5)

综上所述, t 的值为 $\frac{20}{3}$ 或 25.

3. 旋转对称图形



刷基础

1. **D** 【解析】A 选项, 图形能通过旋转变换得到, 所以 A 选项不符合题意; B 选项, 图形能通过旋转变换得到, 所以 B 选项不符合题意; C 选项, 图形能通过旋转变换得到, 所以 C 选项不符合题意; D 选项, 图形不能通过旋转变换得到, 所以 D 选项符合题意. 故选 D.

2. **B** 【解析】

- ① 旋转 120° 后, 图形与自身重合, 故符合题意
- ② 旋转 120° 后, 图形无法与自身重合, 故不符合题意
- ③ 旋转 120° 后, 图形无法与自身重合, 故不符合题意
- ④ 旋转 120° 后, 图形与自身重合, 故符合题意

3. **90** 【解析】这个图案绕着它的中心至少旋转 90° 后能够与它本身完全重合. 故答案为 90.

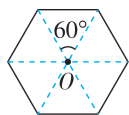
4. **4** 【解析】 \because 题中图案由三个叶片组成, 绕点 O 旋转 120° 后可以和自身重合, 而 $\angle AOB$ 为 120° , \therefore 题图中阴影部分的面积之和为 $\frac{1}{3}(4 + 4 + 4) = 4(\text{cm}^2)$. 故答案为 4.

5. 【解】(1) 根据题意, 可知这个图形是旋转对称

图形,故答案是:点 O 是旋转中心,最小旋转角的度数为 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$.

(2) 由题意,得阴影部分的周长为 $\frac{1}{2}\pi \times 2 \times 5 + 2 \times 5 = 5\pi + 10$, 阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}\pi \times (2 \div 2)^2 \times 5 = \frac{5}{2}\pi$.

6. 【解】正六边形被对角线分成 6 个相同的部分,中心角为 $360^\circ \div 6 = 60^\circ$, 中心为 O , 如图所示.



方案 1: 绕中心 O 旋转 60° , 能与自身重合; 方案 2: 绕中心 O 旋转 120° , 能与自身重合. (答案不唯一, 验证略)

刷易错

7. 【解】第一个题图, 最小旋转角度为 $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$, 第二个题图, 最小旋转角度为 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$, 第三个题图, 最小旋转角度为 $(\frac{360}{7})^\circ$, 第四个题图, 最小旋转角度为 $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$.

9.4 中心对称

刷基础

1. **C** 【解析】A、B、D 选项, 不是中心对称图形, 故不符合题意; C 选项, 是中心对称图形, 故符合题意. 故选 C.

2. **D** 【解析】A 选项, $\triangle A'B'C'$ 由 $\triangle ABC$ 平移得到, 不成中心对称, 故本选项错误; B 选项, $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 成轴对称, 故本选项错误; C 选项, $\triangle A'B'C'$ 由 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转得到, 且旋转角度小于 180° , 不成中心对称, 故本选项错误; D 选项, $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 成中心对称, 故本选项正确. 故选 D.

归纳总结

不规则图形求面积, 通常将这个不规则图形通过平移、轴对称、旋转或切割等方式转化成规则图形来求面积.

易错警示

要注意正确找出基本图形, 才能正确求出最小旋转角度.

刷有所得

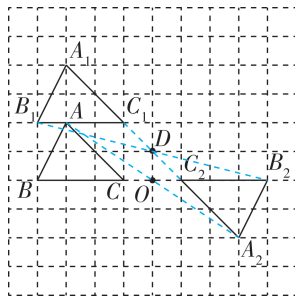
在成中心对称的两个图形中, 连结对称点的线段都经过对称中心, 并且被对称中心平分.

3. **B** 【解析】 $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于点 O 成中心对称, $\therefore OB = OB', \angle ACB = \angle A'C'B'$, 点 A 的对称点是点 $A', BC = B'C'$, 故 A、C、D 选项成立, B 选项不成立, 故选 B.

4. **D** 【解析】成中心对称的两个图形中, 连结对称点的线段一定经过对称中心, 故 A 选项错误; 成中心对称的两个图形中, 对称中心一定平分连结对称点的线段, 故 B 选项错误; 成中心对称的两个图形中, 对称点的连线一定经过对称中心, 且被对称中心平分, 故 C 选项错误, D 选项正确. 故选 D.

5. **6** 【解析】过点 A' 作 $A'B' \perp a$ 于点 B' . \because 直线 a, b 垂直相交于点 O , 曲线 c 关于点 O 成中心对称, 点 A 的对称点是点 $A', AB \perp a$ 于点 $B, A'D \perp b$ 于点 $D, OB = 3, OD = 2, \therefore A'D = 3$. 由中心对称的特征可知, 阴影部分面积之和等于四边形 $A'B'OD$ 的面积, \therefore 阴影部分的面积之和为 $3 \times 2 = 6$.

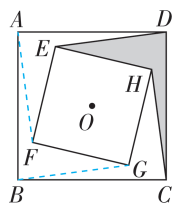
6. 【解】(1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.
(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.
(3) 如图, 点 D 即为所求.



刷提升

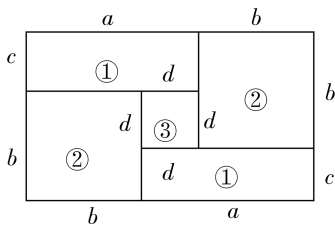
1. **D** 【解析】 \because 阴影部分图形关于点 O 成中心对称, $\therefore OC = OA = 3, \therefore AC = 6. \because \triangle ABC$ 的高 $OB = 2, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot OB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$. 故选 D.

2. **D** 【解析】如图, 连结 $AF, BG. \because$ 正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$ 的边长分别为 3 和 2, \therefore 面积分别为 9 和 4. \because 正方形 $ABCD$ 和正方形 $EFGH$ 的对称中心都是



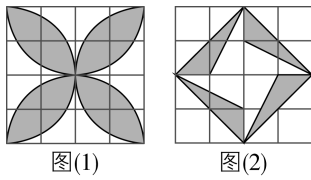
点 O , $\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{4} \times (9-4) = \frac{5}{4}$. 故选 D.

3. A 【解析】如图, 设图形①的长和宽分别是 a, c , 图形②的边长是 b , 图形③的边长是 d , 原来大长方形的周长是 l , 则 $l = 2(a + 2b + c)$. 根据图形可得 $\begin{cases} a = b + d, & \textcircled{1} \\ b = c + d, & \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1} - \textcircled{2}$, 可得 $a - b = b - c$, $\therefore 2b = a + c$, $\therefore l = 2(a + 2b + c) = 2 \times 2(a + c) = 4(a + c)$, 或 $l = 2(a + 2b + c) = 2 \times 4b = 8b$, $\therefore 2(a + c) = \frac{l}{2}$, $4b = \frac{l}{2}$. \therefore 图形①的周长是 $2(a + c)$, 图形②的周长是 $4b$, $\frac{l}{2}$ 为一定值, \therefore 图形①②的周长是定值, 不用测量就能知道, 图形③的周长无法知道. \therefore 分割后不用测量就能知道周长的图形的标号为①②. 故选 A.



4. ①②④ 【解析】①这两个“心”形关于点 O 成中心对称, 说法正确; ②点 C, E 是以点 O 为对称中心的一对对称点, 说法正确; ③这两个“心”形成轴对称, 对称轴是过点 O 且与直线 AB 垂直的直线, 原说法错误; ④若把这两个“心”形看作一个整体, 则它是一个中心对称图形, 说法正确, 所以正确的有①②④. 故答案为①②④.

5. 【解】如图 (答案不唯一).

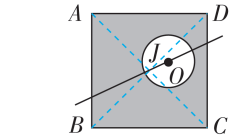


6. 【解】(1) 一个中心对称图形, 经过其对称中心的直线将它分成面积相等的两部分. 故答案为经过其对称中心.

思路分析 (2) 找到正方形和圆的对称中心, 过两个对称中心的直线即为所求.

思路分析 首先设图形①的长和宽分别是 a, c , 图形②的边长是 b , 图形③的边长是 d , 原来大长方形的周长是 l , 判断出 $l = 2(a + 2b + c)$, $a = b + d$, $b = c + d$; 然后分别判断出图形①、图形②的周长都等于原来大长方形的周长的 $\frac{1}{2}$, 所以它们的周长不用测量就能知道, 而图形③的周长无法知道, 据此解答即可.

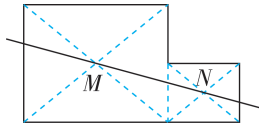
(2) 如图(1), 直线 OJ 即为所求. (过正方形和圆的对称中心作直线即可)



图(1)

(3) 由两个中心对称图形组合成的图形, 经过两个中心对称图形的对称中心的直线将它分成面积相等的两部分. 故答案为经过两个中心对称图形的对称中心.

(4) 如图(2), 直线 MN 即为所求. (答案不唯一)



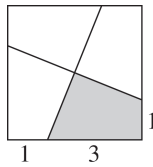
图(2)

9.5 图形的全等

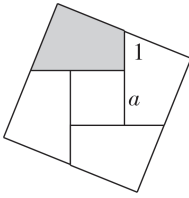
刷基础

1. D 【解析】A 选项中两只眼睛下面的嘴巴不能完全重合, 故本选项错误; B 选项中两个正方形的边长不相等, 不能完全重合, 故本选项错误; C 选项中圆内两条相交的线段不能完全重合, 故本选项错误; D 选项中两个图形能够完全重合, 故本选项正确.

2. D 【解析】如图, 设中间小正方形的边长为 a . 由题意可得 $a + 1 = 3$, $\therefore a = 2$, \therefore 中间小正方形的面积为 $2 \times 2 = 4$, 故选 D.



图(1)



图(2)

3. 100° 【解析】 \because 四边形 $ABCD \cong$ 四边形 $A'B'C'D'$, $\angle D' = 105^\circ$, $\therefore \angle A = \angle A'$, $\angle D = \angle D' = 105^\circ$. $\because \angle B = 90^\circ$, $\angle C = 65^\circ$, $\therefore \angle A = 360^\circ - \angle B - \angle C - \angle D = 360^\circ - 90^\circ - 65^\circ - 105^\circ = 100^\circ$, $\therefore \angle A' = 100^\circ$. 故答案为 100° .

4. C 【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle BDE$, $AC = 8$, $DE = 3$,

全章综合训练



刷中考

1. B 【解析】

选项	分析	结论
A	该曲线是中心对称图形,不是轴对称图形	不符合题意
B	该曲线既是轴对称图形又是中心对称图形	符合题意
C	该曲线是轴对称图形,不是中心对称图形	不符合题意
D	该曲线不是中心对称图形,也不是轴对称图形	不符合题意

2. D 【解析】由作图可知 $\angle AEG = \angle FEG$.

$\therefore \angle AEF = 80^\circ, \therefore \angle AEG = \angle FEG = \frac{1}{2} \angle AEF = 40^\circ. \therefore AB \parallel CD, \therefore \angle EGF = \angle AEG = 40^\circ$, 故选 D.

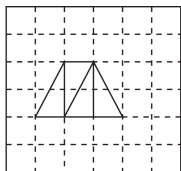
3. D 【解析】由折叠的性质可得 $AE = AB = 4, DE = DB, \therefore CE = AC - AE = 6 - 4 = 2, \therefore C_{\triangle CDE} = CE + CD + DE = CE + CD + DB = CE + CB = 2 + 5 = 7$. 故选 D.

4. A(或 C) 【解析】根据轴对称图形的定义,可知放在点 B, D 不能构成轴对称图形,放在点 A, C 可以构成轴对称图形,故答案为 A(或 C).

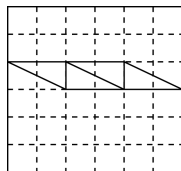
5. B 【解析】风力发电机相邻叶片之间的夹角为 $360^\circ \div 3 = 120^\circ$, 故旋转 120° 能够与它本身重合, 故选 B.

6. 30 【解析】 \therefore 将 $\triangle DEF$ 沿 FE 方向平移 3 cm 得到 $\triangle ABC, \therefore AD = BE = 3$ cm, $DE = AB. \therefore \triangle DEF$ 的周长为 24 cm, $\therefore DE + EF + DF = 24$ cm, 即 $AB + EF + DF = 24$ cm, \therefore 四边形 $ABFD$ 的周长为 $AB + BF + DF + AD = AB + BE + EF + DF + AD = (AB + EF + DF) + BE + AD = 24 + 3 + 3 = 30$ (cm). 故答案为 30.

7. 【解】如下图(答案不唯一):



是轴对称图形
不是中心对称图形



是中心对称图形
不是轴对称图形

$\therefore BE = AC = 8, CB = ED = 3, \therefore CE = 8 - 3 = 5$, 故选 C.

5. ②④ 【解析】① AB 与 CD 是对应边, 故①不符合题意; ② AC 与 CA 是对应边, 故②符合题意; ③ $\angle BAC$ 与 $\angle ACD$ 是对应角, 故③不符合题意, ④符合题意. 综上所述, 正确的结论是 ②④.

6. 75 【解析】 $\therefore \triangle AEC \cong \triangle ADB, \therefore \angle D = \angle E, \angle CAE = \angle BAD, \therefore \angle CAE - \angle BAC = \angle BAD - \angle BAC, \therefore \angle 1 = \angle 2 = 25^\circ. \text{ 又 } \therefore \angle AGE = 80^\circ, \therefore \angle D = \angle E = 180^\circ - \angle AGE - \angle 1 = 75^\circ$, 故答案为 75.

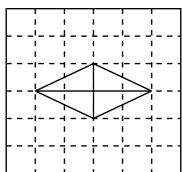
7. 50° 【解析】 $\therefore \triangle DBE$ 是由 $\triangle ABC$ 绕点 B 按逆时针方向旋转 40° 得到的, $\therefore \triangle DBE \cong \triangle ABC, \angle DBA = 40^\circ, \therefore \angle A = \angle D. \therefore AB \perp DE, \therefore \angle DBA + \angle D = 90^\circ, \therefore \angle A = \angle D = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$, 故答案为 50° .

8. 6 【解析】 $\therefore \triangle ABP, \triangle ACP$ 分别沿 AB, AC 向外翻折至 $\triangle ABD, \triangle ACE, \therefore \triangle ABP \cong \triangle ABD, \triangle ACP \cong \triangle ACE, \therefore AP = AD = AE, \angle BAD = \angle BAP, \angle CAP = \angle CAE. \therefore \angle BAC = 45^\circ, \therefore \angle DAE = \angle DAP + \angle PAE = 2(\angle BAP + \angle PAC) = 2\angle BAC = 90^\circ, \therefore \triangle ADE$ 的面积 $= \frac{1}{2} AD \times AE = \frac{1}{2} AP^2, \therefore$ 当 AP 取最小值时, $\triangle ADE$ 的面积最小. 在 $\triangle ABC$ 中, 当 AP 为 BC 边上的高, 即 $AP \perp BC$ 时, AP 最小, 此时 $\triangle ADE$ 的面积为 $\frac{1}{2} AP^2 = 8, \therefore AP = 4, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AP \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$, 故答案为 6.

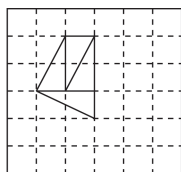
9. 【解】(1) $\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDF, \therefore AC = EF$, 即 $AF + FC = CE + CF, \therefore AF = CE.$
(2) $\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDF, \therefore \angle B = \angle EDF. \therefore \angle DAF = \angle AFD = \angle ADE = 2\angle B, \therefore \angle ADE = 2\angle EDF, \therefore DF$ 平分 $\angle ADE, \therefore \angle ADF = \frac{1}{2} \angle ADE$. 设 $\angle ADF = x^\circ$, 则 $\angle DAE = \angle AFD = \angle ADE = 2x^\circ$. 在 $\triangle ADF$ 中, $x^\circ + 2x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ, \therefore x = 36, \therefore \angle DAE = \angle ADE = 72^\circ, \therefore \angle E = 36^\circ$.

思路分析

由将 $\triangle ABP, \triangle ACP$ 分别沿 AB, AC 向外翻折至 $\triangle ABD, \triangle ACE$ 可得 $AP = AD = AE$, 由 $\angle BAC = 45^\circ$ 可得 $\angle DAE = 90^\circ$, 则 $\triangle ADE$ 的面积 $= \frac{1}{2} AD \times AE = \frac{1}{2} AP^2$, 当 AP 取最小值时, $\triangle ADE$ 的面积最小, 求出 AP 的长即可求解.



既是轴对称图形
又是中心对称图形



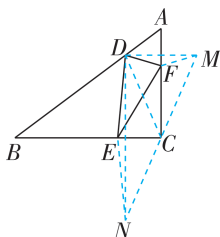
既不是轴对称图形
又不是中心对称图形

刷章测

1. **A** 【解析】A 选项中的图形,能找到这样一个点,使图形绕该点旋转 180° 后与原来的图形重合,所以是中心对称图形,符合题意;B、C、D 选项中的图形,不能找到这样一个点,使图形绕该点旋转 180° 后与原来的图形重合,所以不是中心对称图形,不符合题意. 故选 A.

2. **C** 【解析】由旋转得 $\angle BAB' = y^\circ$, $AB = AB'$,
 $\therefore \angle ABB' = \angle AB'B$. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,
 $\angle ABC = x^\circ$, $\therefore \angle CAB = (90 - x)^\circ$. $\because BB' \parallel AC$,
 $\therefore \angle ABB' = \angle CAB$, $\therefore \angle ABB' = \angle AB'B = (90 - x)^\circ$. 在 $\triangle ABB'$ 中, $\angle ABB' + \angle AB'B + \angle BAB' = 2(90 - x)^\circ + y^\circ = 180^\circ$, $\therefore 2x = y$. 故选 C.

3. **C** 【解析】如图,作 D 关于直线 AC 的对称点 M ,作 D 关于直线 BC 的对称点 N ,连结 CM , CN , CD , EN , FM , 则 $\angle MCA = \angle DCA$, $\angle BCD = \angle BCN$. $\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ$, $\therefore \angle DCN + \angle DCM = 180^\circ$, $\therefore M, C, N$ 共线. 根据对称的性质可知 $DE = EN$, $DF = MF$, $\therefore DF + EF + DE = FM + EF + EN$. $\therefore FM + EF + EN \geq MN$, \therefore 当 F, E, M, N 共线时, $FM + EF + EN$ 的值最小,即此时 $DF + DE + EF$ 的值最小. 由对称性可知 $CD = CN = CM$, $\therefore CM + CN = 2CD$. 根据垂线段最短可知,当 $CD \perp AB$ 时, CD 的值最小, \therefore 当 $CD \perp AB$ 时, $DE + EF + FD$ 的值最小. $\therefore \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2}BC \cdot AC$, $\therefore CD = \frac{3 \times 4}{5} = 2.4$, $\therefore DE + EF + FD$ 的最小值为 $2CD = 4.8$. 故选 C.



关键点拨

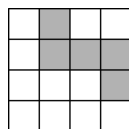
由对称的性质得到 $\angle AMN + \angle ANM = 2(\angle A' + \angle A'')$ 是本题解题关键.

关键点拨

先作 D 关于直线 AC 的对称点 M ,关于直线 BC 的对称点 N ,易知 $\angle DCN + \angle DCM = 180^\circ$,可得 M, C, N 共线. 由对称的性质可知 $DF + EF + DE = FM + FE + EN$,因为 $FM + FE + EN \geq MN$,所以可知当点 F, E, M, N 共线时, $DE + EF + FD$ 的值最小.

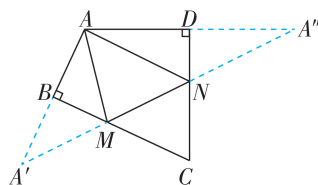
思路分析

分点 D' 落在 $A'B$ 的右侧和点 D' 落在 $A'B$ 的左侧两种情况进行讨论.

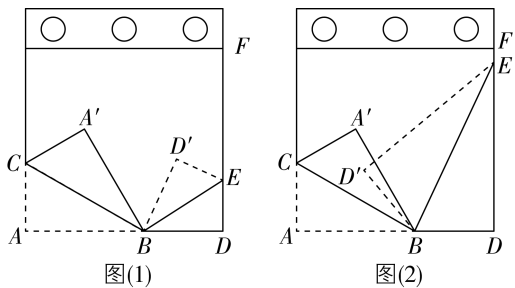


5. 4 【解析】 \therefore 将四边形 $ABCD$ 沿 AB 方向平移得到四边形 $EFGH$, $\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{四边形}EFGH}$. 又 $\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{阴影}} + S_{\text{四边形}EBPH}$, $S_{\text{四边形}EFGH} = S_{\text{四边形}BFGP} + S_{\text{四边形}EBPH}$, $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{四边形}BFGP}$. $\because AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle FBC = 90^\circ$. 由平移的性质得 $\angle F = \angle ABC = 90^\circ$, $BC = FG = 8$, $AE = BF$, $\therefore BC \parallel FG$, \therefore 四边形 $BFGP$ 是直角梯形. 又 $\because CP = 2$, $\therefore BP = 6$. $\therefore S_{\text{阴影}} = 28$, $\therefore S_{\text{四边形}BFGP} = 28$, $\therefore \frac{1}{2}(6+8) \cdot BF = 28$, 解得 $BF = 4$, $\therefore AE = 4$. 故答案为 4.

6. 130° 【解析】如图,作 A 关于 BC 和 CD 的对称点 A', A'' , 连结 $A'A''$, 交 BC 于 M , 交 CD 于 N , 则 $A'A''$ 的长即为 $\triangle AMN$ 的周长最小值, 易知 A, B, A' 共线, A, D, A'' 共线. $\therefore \angle DAB = 115^\circ$, $\therefore \angle A' + \angle A'' = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$. $\therefore \angle A' = \angle MAA'$, $\angle NAD = \angle A''$, 且 $\angle A' + \angle MAA' = \angle AMN$, $\angle NAD + \angle A'' = \angle ANM$, $\therefore \angle AMN + \angle ANM = \angle A' + \angle MAA' + \angle NAD + \angle A'' = 2(\angle A' + \angle A'') = 2 \times 65^\circ = 130^\circ$, 故答案为 130° .

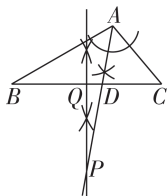


7. $60^\circ + \frac{1}{2}\alpha$ 或 $60^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ 【解析】依题意有以下两种情况: ①点 D' 落在 $A'B$ 的右侧时, 如图(1)所示. 由折叠的性质得 $\angle ABC = \angle A'BC = 30^\circ$, $\angle DBE = \angle D'BE = \frac{1}{2}\angle D'BD$, $\therefore \angle A'BA = \angle ABC + \angle A'BC = 60^\circ$. $\therefore \angle A'BD' = \alpha$, $\therefore \angle D'BD = 180^\circ - \angle A'BA - \angle A'BD' = 180^\circ - 60^\circ - \alpha = 120^\circ - \alpha$, $\therefore \angle D'BE = \frac{1}{2}\angle D'BD = \frac{1}{2}(120^\circ - \alpha) = 60^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, $\therefore \angle EBA' = \angle D'BE + \angle A'BD' = 60^\circ - \frac{1}{2}\alpha + \alpha = 60^\circ + \frac{1}{2}\alpha$.



②当点 D' 落在 $A'B$ 的左侧时,如图(2)所示. 由折叠的性质得 $\angle ABC = \angle A'BC = 30^\circ$, $\angle DBE = \angle D'BE = \frac{1}{2} \angle D'BD$, $\therefore \angle A'BA = \angle ABC + \angle A'BC = 60^\circ$. $\therefore \angle A'BD' = \alpha$, $\therefore \angle D'BA = \angle A'BA - \angle A'BD' = 60^\circ - \alpha$, $\therefore \angle D'BD = 180^\circ - \angle D'BA = 180^\circ - (60^\circ - \alpha) = 120^\circ + \alpha$, $\therefore \angle D'BE = \frac{1}{2} \angle D'BD = \frac{1}{2} (120^\circ + \alpha) = 60^\circ + \frac{1}{2} \alpha$, $\therefore \angle EBA' = \angle D'BE - \angle A'BD' = 60^\circ + \frac{1}{2} \alpha - \alpha = 60^\circ - \frac{1}{2} \alpha$. 综上所述, $\angle EBA' = 60^\circ + \frac{1}{2} \alpha$ 或 $60^\circ - \frac{1}{2} \alpha$. 故答案为 $60^\circ + \frac{1}{2} \alpha$ 或 $60^\circ - \frac{1}{2} \alpha$.

8. 【解】(1) 如图所示.



(2) $\because \angle B = 30^\circ, \angle C = 50^\circ, \therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ - 50^\circ = 100^\circ$. $\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$, $\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 50^\circ, \therefore \angle ADC = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ, \therefore \angle PDQ = \angle ADC = 80^\circ$. $\because QP$ 垂直平分 $BC, \therefore \angle PQD = 90^\circ$, $\therefore \angle DPQ = 180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$, 故答案为 10.

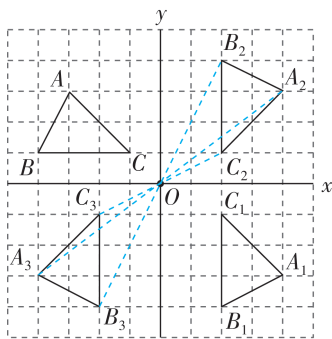
9. 【解】(1) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

(2) 如图, $\triangle A_3B_3C_3$ 即为所求.

(3) $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_3B_3C_3$ 成轴对称, 对称轴为直线 y , 如图所示.

(4) 先将 $\triangle ABC$ 向右平移 3 个单位, 然后绕点 C_2 顺时针旋转 90° , 再以直线 x 为对称轴, 作

其对称图形, 即可得到 $\triangle A_1B_1C_1$. (答案不唯一)



思路分析 10. 【解】(1) 由题意可知 $\angle BAC$ 为“对角旋转角”, $\angle BAC + \angle CAD = 90^\circ, \therefore \angle BAC = 90^\circ - \alpha$, \therefore “对角旋转角”的度数为 $90^\circ - \alpha$, 故答案为 $90^\circ - \alpha$.

(2) 如图. 由旋转可知

$$\angle DAC = \angle D_1AC_1.$$

$$\because \angle C_1AD = 40^\circ, \angle D_1AC_1 + \angle C_1AD + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D_1AC_1 + \angle DAC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$$\therefore 2\angle DAC = 50^\circ.$$

$$\therefore \angle DAC = 25^\circ.$$

$$\therefore 2\angle DAC = 50^\circ.$$

$$\text{由旋转可知 } \angle DAC = \angle D_2AC_2,$$

$$\therefore \angle D_2AC_2 + \angle DAC = 50^\circ. \therefore \angle C_2AD = \angle C_2AD_2 + \angle CAD, \therefore \angle C_2AD = 50^\circ, \text{ 故答案为 } 50^\circ.$$

$$\therefore \angle C_2AD = 50^\circ, \text{ 故答案为 } 50^\circ.$$

$$(3) \text{ 由题意得 } S_{\triangle ACC_1} = \frac{1}{2} AC \cdot B_1C_1 = 312,$$

$$S_{\triangle ACC_2} = \frac{1}{2} AC \cdot D_2C_2 = 130. \therefore B_1C_1 = BC,$$

$$D_2C_2 = CD = AB, BC = 2AB + 4, \therefore AB = \frac{BC-4}{2},$$

$$\frac{1}{2} AC \cdot B_1C_1 = \frac{1}{2} AC \cdot BC = 312, \frac{1}{2} AC \cdot$$

$$D_2C_2 = \frac{1}{2} AC \cdot AB = 130, \therefore \frac{312}{130} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot BC}{\frac{1}{2} AC \cdot AB},$$

$$\therefore 130BC = 312AB, \text{ 即 } BC = 2.4AB.$$

$$\therefore AB = \frac{BC-4}{2}, \therefore BC = \frac{BC-4}{2} \times 2.4, \therefore BC = 24,$$

$$\therefore AB = 10, \therefore S_{\text{长方形}ABCD} = AB \cdot BC = 10 \times 24 = 240.$$